

חשמל ומגנטיות לתלמידי הנדסה

פרק 29 - מעגלי זרם חילופין

תוכן העניינים

1. מעגלי זרם חילופין 1

מעגלי זרם חילופין:

שאלות:

(1) LC



- במעגל הבא $C = 100\mu\text{F}$ ו- $L = 40\text{mH}$.
בהתחלה המתג פתוח והקבל טעון ב- $12\mu\text{C}$.
א. מה הזרם במעגל ברגע סגירת המתג?
ב. מהי התדירות וזמן המחזור של המעגל?
ג. מתי הזרם מקסימאלי?
ד. מהי האנרגיה בסליל כתלות בזמן?
מהי האנרגיה בקבל כתלות בזמן?
ומהי האנרגיה הכוללת כתלות בזמן?

(2) RLC עם מקור זרם



- במעגל הבא ישנו מקור המספק זרם קבוע.
ברגע $t=0$ סוגרים את המפסק.
א. מהם הזרמים במעגל כתלות בזמן אם ידוע ש- $R^2C < 2L$?
ב. מצא את המתח כתלות בזמן של המקור.

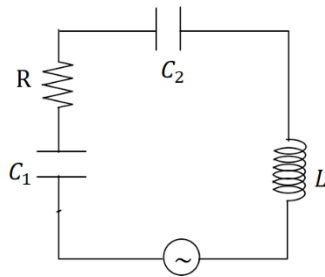
(3) מעגל RLC יהלום



- במעגל הבא הקבל העליון טעון ב- $t=0$ במטען Q והקבל התחתון פרוק.
באותו הזמן גם אין זרם במעגל.
א. כתוב את המשוואות הדיפרנציאליות עבור ההתפתחות בזמן של המטען על כל אחד מהקבלים.
ב. פתור את המשוואות בצורה כללית (אין צורך להציב את תנאי ההתחלה).
הדרכה: בצע החלפת משתנים ל- $q_+ = q_1 + q_2$ ו- $q_- = q_1 - q_2$.
ג. מהם הזרמים בנגד ובקבל לאחר זמן רב? כמה אנרגיה תהפוך לחום מ- $t=0$ ועד זמן רב מאוד?

(4) מעגל טורי זרם חילופין

במעגל הבא נתון:



$$V_s(t) = 200 \cos(2000t), \quad I(t) = 4 \cos(2000t + \phi)$$

$$C_1 = 100 \mu\text{F}, \quad L = 10 \text{mH}, \quad R = 10 \Omega$$

א. מצא את הקיבול C_2 .

ב. מצא את הפאזה של הזרם.

ג. מצא את ההספק הממוצע של המקור.

(5) מקור, סליל ונגד בטור עם קבל ונגדבמעגל הבא נתונים: R, C, L ומתח המקור

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

א. מהי העכבה הכוללת של המעגל?

ב. עבור איזה תדר של המקור אין הפרש מופע בין הזרם למתח?

ג. מקצרים את המקור, ונתון המטען ההתחלתי על הקבל Q_0 .i. עבור אילו ערכים של R תהיה דעיכה ללא תנודות?

ii. מה הזמן האופייני לאיבוד אנרגיה?

**(6) שני מקורות סליל וקבל במקביל לנגד**במעגל הבא U ו- V הם שני מקורות מתח חילופין.נתון: R, L, C .

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t), \quad V(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

א. מצא את הזרם בנגד במצב העמיד.

ב. מה התנאי לכך שהזרם יתאפס?

**(7) מעגל זרם חילופין**

במעגל הבא נתון כי מתח המקור הוא:

$$v(t) = 50 \cos(1000t)$$

כמו כן הזרם העובר בנגד R_2 הוא:

$$I_2(t) = I_0 \cos\left(1000t - \frac{\pi}{4}\right)$$

א. מצא את השראות הסליל L_2 ואת I_0 .ב. מצא את הזרם בקבל C_1 ב- $t = 2$.

ג. חשב את ההספק הממוצע של מקור המתח.



(8) סליל נגד וקבל בטור

קבל בעל קיבול C , סליל בעל השראות L ונגד R מחוברים במקביל.



א. נתון כי ב- $t=0$ המטען על הקבל הוא q_0 .

הראו כי המטען על הקבל כתלות בזמן

מקיים את המשוואה: $\ddot{q} + \frac{\dot{q}}{RC} + \frac{q}{LC} = 0$.

ב. הראו כי $q(t) = q_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$ הוא פתרון

למשוואה ומצאו מה הערכים של α ו- ω כפונקציה של L , R ו- C .

ג. הראו כי אם אמפליטודת המטען במעגל יורדת לחצי לאחר n מחזורים

אז: $\frac{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}{\omega} = \frac{\ln 2}{2\pi n}$ כאשר ω_0 היא תדירות התהודה של המעגל.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 0 \quad \text{ב. } \omega = 500 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, f = 80\text{Hz}, T = 4\pi \cdot 10^{-3}\text{sec}$$

$$\text{ג. } n = 1, 2, 3, \dots \text{, כאשר } \pi \cdot 10^{-3} + 2\pi \cdot 10^{-3}$$

$$\text{ד. בסליל: } U_L(t) = 720 \cdot 10^{-9} \text{J} \sin^2(500t)$$

$$\text{בקבל: } U_C(t) = 720 \cdot 10^{-9} \text{J} \cos^2(500t)$$

$$\text{כוללת: } E(t) = 720 \cdot 10^{-9} \text{J}$$

$$(2) \quad \text{א. } I_2(t) = I e^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega}t), I_1(t) = I(1 - e^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega}t)) \quad \text{ב. } V_s(t) = I_1 R + I_1 L$$

$$(3) \quad \text{א. } LI_1 + \frac{q_1}{C} + (I_1 - I_2)R = 0, LI_2 + \frac{q_2}{C} + (I_2 - I_1)R = 0$$

$$\text{ב. } q_1(t) = \frac{1}{2} (A \cos(\omega t + \varphi) + B e^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega}t + \theta))$$

$$q_2(t) = \frac{1}{2} (A \cos(\omega t + \varphi) - B e^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega}t + \theta))$$

$$\text{ג. } U_F = \frac{Q^2}{4C}, I_1 = q_1 = -\frac{1}{2} A \omega \sin(\omega t + \varphi) = I_2$$

$$(4) \quad \text{א. } 6.76 \mu\text{F} \quad \text{ב. } \varphi = 78.47^\circ \quad \text{ג. } 80\text{W}$$

$$(5) \quad \text{א. } Z = \left(\frac{\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + \frac{1}{(\omega RC)^2 + 1} \right) R + i \left(\frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{\omega C}{(\omega RC)^2 + 1} \right) R^2$$

$$\text{ב. } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}, Z = \frac{2R}{1 + \frac{R^2 C}{L}} \quad \text{ג. } \Gamma = \frac{2}{RC}, \frac{\Gamma}{2} > \omega_0, \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \frac{1}{R} > \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{ד. } \Gamma = \frac{2}{RC}$$

$$\text{ה. } \tau = \frac{RC}{2}$$

$$(6) \quad \text{א. } V_R = V_{R\max} \sin(\omega t + \varphi_R) + A e^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega}t + \varphi) \quad \text{ב. } U_0 = V_0 \omega^2 LC$$

$$(7) \quad \text{א. } I_0 = 2.46\text{A}, L_2 = 40.3 \cdot 10^3 \text{H} \quad \text{ב. } I_{C1} = 9.38\text{A} \quad \text{ג. } 43.5\text{W}$$

$$(8) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$